ẢNH HƯỞNG CỦA PHƯƠNG PHÁP TÍNH ĐẠO HÀM ĐẾN ĐỘ CHÍNH XÁC KẾT QUẢ CỦA BÀI TOÁN ĐỘNG HỌC ROBOT GIẢI BẰNG PHƯƠNG PHÁP GRG TRÊN ROBOT CHUỖI VÀ ROBOT SONG SONG

Lê Thị Thu Thủy*, Phạm Thành Long, Vũ Thu Hà
Trường Đại học Kỹ thuật Công nghiệp - ĐH Thái Nguyên

TÓM TẮT

Bài báo này bàn về ảnh hưởng của phương pháp tính đạo hàm đến độ chính xác kết quả nhận được khi giải bài toán động học robot dưới hình thức tối ưu. Phương pháp giải bàn đến trong bài báo là phương pháp Giảm Gradient tổng quát, trong đó có đối chứng độ chính xác kết quả trong hai tình huống là sử dụng phương pháp tính đạo hàm sử dụng sai phân tới và sai phân trung tâm trong điều kiện giữ nguyên các tùy chọn khác. Kết quả tính toán cho thấy với kiểu hàm mục tiêu Banana và hàm ràng buộc biến đổi chậm như bài toán này, cách tính đạo hàm theo sai phân trung tâm cho độ chính xác cao hơn đáng kể trên cả hai nhóm robot chuỗi và song song.

Với bài toán động học robot giải bằng phương pháp số thì kết quả này có ý nghĩa rất quan trọng trong tính toán chuẩn bị dữ liệu. Kết luận này giúp tăng độ chính xác kết quả trong khi không tiêu tốn thêm tài nguyên phần cứng như Ram – chip máy tính. Bài báo này chỉ bàn đến phương pháp GRG khi bài toán gốc đã chuyển sang dạng tối ưu, với các phương pháp số khác có sử dụng đạo hàm thì kết luận này cần kiểm tra lại.

Từ khóa: *Động học robot, phương pháp GRG, sai phân tới, sai phân trung tâm, đạo hàm*

Ngày nhận bài: 02/4/2019;Ngày hoàn thiện: 07/5/2019;Ngày duyệt đăng: 07/5/2019

EFFECTS OF DERIVATIVE METHODS TO THE ACCURACY OF RESULTS OF ROBOT KINEMATIC PROBLEMS USING GRG METHOD ON SERIAL AND PARALLEL ROBOTS

Le Thi Thu Thuy*, Pham Thanh Long, Vu Thu Ha
University of Technology - TNU

ABSTRACT

This paper discusses the effect of derivative methods on the accuracy of results obtained when solving robot kinematic problems in an optimal form. The Generalized Reduced Gradient method is used. In particular, verifying the accuracy of results in two situations using the forward and central differential method is presented. Calculation results show that with the type of Banana objective function and the slow transformation constraint function such as this problem, the derivative calculation according to the central difference is significantly higher on both series and parallel robot groups.

With robot kinematics problems solved by numerical methods, the results are very important significance in calculating data preparation. This conclusion helps increase the accuracy of results while not consuming more hardware resources such as RAM - chip computer. This paper only discusses the GRG method when the original problem has changed to the optimal form. With other numerical methods that use derivatives, this conclusion needs to be checked again.

Keywords: *Robot kinematics, GRG method, forward difference, central difference, derivation.*

Received: 02/4/2019; Revised: 07/5/2019; Approved: 07/5/2019

* Corresponding author: *Tel: 0982 567982, Email: hanthuyngoc@tnut.edu.vn*

1. Mở đầu

Bài toán động học robot là căn cứ cơ bản để điều khiển chính xác robot theo ý đồ công nghệ, các kỹ thuật teach – in chỉ dùng cho các ứng dụng đòi hỏi độ chính xác không cao như hàn, phun sơn, vận chuyển… trong khi kỹ thuật sử dụng camera chỉ thay thế cho việc xác định điểm đích chứ không thay thế cho việc giải bài toán động học.

Về cơ bản không phải tất cả các kết cấu robot đều có lời giải bài toán động học dưới dạng giải tích nên việc xác định một phương pháp số thích hợp là giải pháp mang tính toàn diện nhất. Tuy nhiên trong số rất nhiều phương pháp số, các phương pháp nổi bật có thể kể đến là [1]:

- Phương pháp Tsai – Morgan;
- Phương pháp Raghavan & Roth;
- Phương pháp loại trừ thẩm tách Sylvester;
- Phương pháp Newton – Raphson;

Với phương pháp Tsai – Morgan chỉ thích hợp với các hệ nhỏ, tức là chỉ phù hợp để giải các bài toán có ít bậc tự do. Phương pháp Raghavan & Roth cần sử dụng các đặc điểm riêng biệt của cấu trúc như cổ tay kết cầu cầu, các trục khớp đồng quy hoặc song song, các đặc điểm riêng này được sử dụng để làm suy biến hệ nhằm rút được nghiệm. Phương pháp loại trừ thẩm tách Sylvester sẽ biến hệ có n phương trình với n ẩn số thành một hệ phương trình một ẩn bậc n [1]. Đây là nhóm các phương pháp tập trung vào việc giải bài toán gốc, tức là giải một hệ phương trình siêu việt, phi tuyến do với bài toán động học robot các ẩn số đều nằm dưới các hàm siêu việt. Chính vì các khó khăn do tính thiếu tổng quát của các bài toán nói trên mà việc vận dụng mỗi phương pháp chỉ hiệu quả trên một nhóm nhỏ cấu trúc xác định dẫn đến nhu cầu cần có một phương pháp có thể khắc phục điều này.

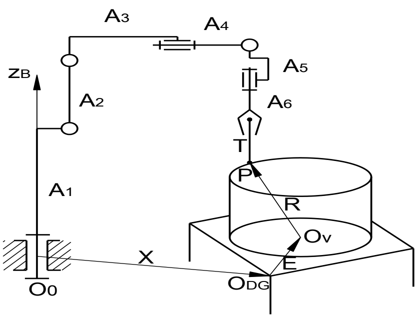
Nhóm phương pháp này có hai phương pháp:

- Phương pháp giải bài toán gốc như phương pháp Newton – Raphson, tức là tập trung và việc giải các hệ phương trình phi tuyến, siêu việt [2];
- Phương pháp giải bài toán tương đương dưới dạng tối ưu [3,4] bằng phương pháp GRG;

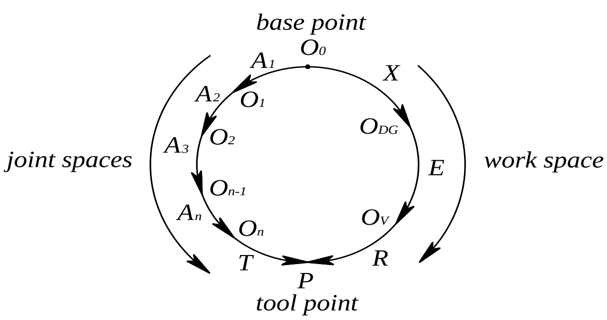
Nói riêng về nhóm phương pháp này, trong khi phương pháp Newton – Raphson rất khó để chọn giá trị xấp xỉ đầu hợp lý [4] thì phương pháp GRG không vấp phải vấn đề này trong tất cả các nhóm cấu trúc robot được thử nghiệm bao gồm cả robot chuỗi và robot song song. Như vậy có nghĩa là hướng chuyển bài toán gốc thành bài toán tối ưu để giải bằng phương pháp GRG có ưu thế kỹ thuật hơn, nhất là ở góc độ ứng dụng, phương pháp GRG chiếm ít thời gian chuẩn bị hơn [4]. Tuy nhiên ở góc độ kỹ thuật, bản thân phương pháp GRG là phương pháp có sử dụng đạo hàm [5] nên việc xem xét ảnh hưởng của cách tính đạo hàm đến độ chính xác kết quả nhận được trên các nhóm robot chuỗi và song song là cần thiết.

2. Bài toán động học robot dưới hình thức tối ưu

Xét sơ đồ công nghệ như hình 1:



Hình 1a. *Sơ đồ công nghệ*



Hình 1b. *Sơ đồ vòng véc tơ ảo*

Hình 1. *Sơ đồ công nghệ bài toán động học*

Với sơ đồ vòng véc tơ ảo như trên hình 1b, phương trình động học khi cân bằng hai nhánh có dạng như sau:

$$A_1A_2...A_n.T = X.E.R \quad (1)$$

Dưới dạng khai triển, phương trình (1) có dạng ma trận cụ thể là:

$$\begin{vmatrix} n_x & s_x & a_x & p_x \\ n_y & s_y & a_y & p_y \\ n_z & s_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} \quad (2)$$

Theo tính chất của hệ tọa độ đề các, các thành phần độc lập của nó trong ma trận cosin chỉ hướng được chọn cho phép xác định một hệ phương trình tương đương từ (2) như là (3):

$$\begin{cases} s_x = a_{12} \\ a_x = a_{13} \\ a_y = a_{23} \\ p_x = a_{14} \\ p_y = a_{24} \\ p_z = a_{34} \end{cases} \quad (3)$$

Phương trình (3) được gọi là bài toán gốc, nó là bài toán mà các phương pháp như Tsai – Morgan, Sylvester, Raghavan & Roth cùng rất nhiều phương pháp khác tập trung tìm cách giải. Trong nghiên cứu này, chúng tôi đề xuất mô hình sau đây:

đặt $$\begin{aligned} L = &(s_x - a_{12})^2 + (a_x - a_{13})^2 + (a_y - a_{23})^2 \\ &+ (p_x - a_{14})^2 + (p_y - a_{24})^2 + (p_z - a_{34})^2 \end{aligned} \quad (4)$$

bài toán dẫn xuất từ (3) có dạng mới là (5):

$$\begin{cases} \min L = \sum_{k=1}^{n} (f(q_1, q_2..q_6) - a_{ij})_k^2 \\ L_b \le q_i \le U_b \end{cases} \quad (5)$$

Với L_b và U_b là giới hạn dưới và giới hạn trên của tọa độ suy rộng q_i khi chọn nghiệm điều khiển. Bài toán (5) là đối tượng khảo sát bằng phương pháp GRG nói đến trong [5] và bài báo này đề cập đến tác dụng của phương pháp tính đạo hàm khác nhau với độ chính xác của nó.

Vì toàn bộ vế trái của phương trình (4) không âm nên *Min* L = 0, giá trị này ứng với việc tìm được nghiệm của phương trình gốc (3). Giá trị cụ thể đạt được của hàm L ứng với cách tính sai phân khác nhau trong điều kiện giữ nguyên các tùy chọn khác khi giải (5) sẽ nói lên mức độ phù hợp của bản thân cách tính sai phân đó với dạng hàm L (hàm này có tên riêng là hàm Banana) và các ràng buộc dạng hộp thể hiện ở (5).

3. Phương pháp tính đạo hàm và ảnh hưởng đến độ chính xác

Xét bài toán lồi có ràng buộc tuyến tính sau:

$$\begin{aligned} &\text{(LC) Min } f(x) \\ &\text{sao cho } Ax = b \\ &x \ge 0 \end{aligned} \quad (6)$$

Các giả thuyết:

- *f* là khả vi và liên tục;
- Mỗi tập con của m cột của *ma trận A cỡ* $m \times n$ là độc lập tuyến tính;
- Mỗi điểm cực trị của tập khả thi có ít nhất *m* phần tử dương (giả thuyết không suy biến).

Hoàn toàn chứng minh được rằng theo giả thuyết không suy biến, mỗi $x \in \mathcal{F}$ có ít nhất m phần tử dương.

Nếu $x \in \mathcal{F}$, gọi một tập gồm m cột B của A là một *cơ sở* nếu $x_i > 0$ thì cột *i* là một cột của B. Chia *x* thành biến *cơ sở* x_B và *các biến không cơ sở* x_N sao cho các biến cơ sở $x_B > 0$ tương ứng với các cột của B. Chú ý rằng x_N không bắt buộc bằng 0.

Để đơn giản các ký hiệu, giả thiết rằng có thể phân chia ma trận *A* thành *A* = [*B*, *N*] và phân chia *x* cho phù hợp, với $x^T = [x_B, x_N]^T$. Do đó ta có thể viết lại *Ax* = *b* thành:

$$Bx_B + Nx_N = b \quad (7)$$

Do đó

$$x_B = B^{-1}b - B^{-1}Nx_N \quad (8)$$

Với $x \in \mathcal{F}$, chúng ta sẽ chọn *B* là các cột tương ứng với các *thành phần lớn nhất m của x.*

Các biến cơ sở x_B bây giờ có thể bị loại bỏ khỏi bài toán (6) để có được *bài toán cực tiểu:*

$$\min f_N(x_N)$$

Sao cho $B^{-1}b - B^{-1}Nx_N \geq 0,$

$$x_N \geq 0,$$

Trong đó

$$f_N(x_N) = f(x) = f(B^{-1}b - B^{-1}Nx_N, x_N).$$

Chú ý rằng bất kỳ *hướng khả thi s* đối với bài toán (LC) trong (6) đều phải thỏa mãn $As = 0$. Nếu chúng ta viết $s^T = [s_B^T, s_N^T]$ đối với một cơ sở B cho trước, điều kiện $As = 0$ có thể viết lại thành:

$$Bs_B + Ns_N = 0$$

Giải phương trình này được:

$$s_B = -(B)^{-1}Ns_N. \qquad (9)$$

Chọn hướng tìm kiếm

Nhắc lại rằng s là một *hướng giảm* của f tại $x \in \mathcal{F}$ khi và chỉ khi $\nabla f(x)^T s < 0$, điều này tương đương với:

$$\nabla_B f(x)^T s_B + \nabla_N f(x)^T s_N < 0.$$

Với $\nabla_B f(x)$ là gradient tương ứng với các biến cơ sở, thay s_B từ (9) có:

$$\nabla f(x)^T s = (-\nabla_B f(x)^T (B)^{-1} N + \nabla_N f(x)^T s_N.$$

Gọi:

$$r := (-\nabla_B f(x)^T (B)^{-1} N + \nabla_N f(x)^T)^T \qquad (10)$$

là gradient giảm của f tại x đối với B cơ sở.

Như vậy:

$$\nabla f(x)^T s = r^T s_N$$

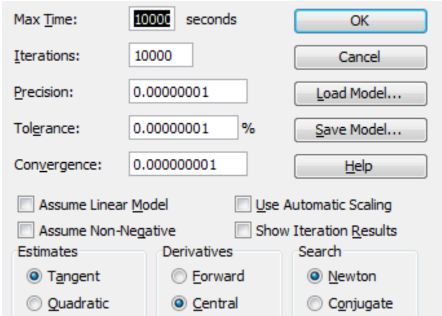
Nói cách khác, gradient giảm r đóng vai trò tương tự trong bài toán giảm như gradient ∇f đã làm trong bài toán gốc (LC). Trên thực tế, gradient giảm này phụ thuộc vào cách tính đạo hàm theo ba phương án sau:

- Sai phân tiến của f(x) là: f(x+1) - f(x) (11)
- Sai phân lùi của f(x) là: f(x) - f(x-1) (12)
- Sai phân trung tâm của f(x) là:

f(x+1) – f(x-1) (13)

4. Thực nghiệm với một số robot khác nhau

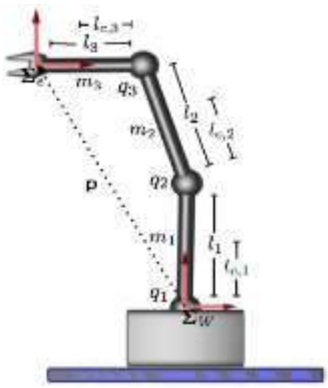
Trong mục này, trên cùng một robot chúng tôi sẽ sử dụng tất cả các tùy chọn của bài toán tối ưu giống nhau chỉ thay đổi duy nhất cách tính đạo hàm giữa hai kiểu là tính theo sai phân tới (Forward Derivative) và tính theo sai phân trung tâm (Central Derivative) (hình 2).



Hình 2. *Các kiểu tính sai phân khác nhau trong bài toán tối ưu*

Hai ví dụ minh họa áp dụng trên robot chuỗi và robot song song với những đặc thù riêng về động học nhằm thể hiện tính tổng quát của phương pháp tính.

4.1 Robot chuỗi ba khâu phẳng



Hình 3. *Robot ba khâu phẳng.*

Bảng 1. *Các tình huống khảo sát với robot chuỗi 3 khâu phẳng*

TT	Tọa độ khảo sát			Kết quả và Mục tiêu khi tính đạo hàm theo sai phân tới				Kết quả và Mục tiêu khi tính đạo hàm theo sai phân trung tâm			
	px	py	sy	q1	q2	q3	F	q1	q2	q3	F
1	169,110	152,779	0,442	0,348545	0,48210	0,288192	**3,236E-05**	0,345629	0,493245	0,273638	**5,726E-23**
2	172	150	0,4404	0,346023	0,440432	0,328335	**1,184E-08**	0,346029	0,440414	0,328353	**4,145E-19**
3	108,822	202,430	0,0752	0,762784	0,315676	0,40731	**9,496E-05**	0,773292	0,286074	0,436178	**8,387E-23**
4	175,101	148,426	0,4867	0,348227	0,434055	0,285289	**2,014E-05**	0,345669	0,443502	0,27331	**5,173E-19**
5	153	167	0,4325	0,392765	0,648832	0,094716	**0,0001343**	0,391422	0,662549	0,069528	**7,563E-21**
6	167	158	0,4752	0,392792	0,492597	0,191011	**4,948E-07**	0,392544	0,493774	0,1892869	**1,229E-20**
7	143	174	0,326	0,434008	0,625408	0,18876	**8,007E-05**	0,43179	0,6377764	0,1691607	**1,466E-20**
8	131,062	182,809	0,1454	0,543926	0,448796	0,429849	**5,566E-06**	0,545694	0,4433907	0,435807	**1,56E-25**
9	111,756	205,109	0,2830	0,773358	0,444268	0,068117	**1,201E-05**	0,773211	0,4462032	0,064457	**4,519E-23**
10	115	200	0,2353	0,694581	0,495896	0,147451	**2,018E-05**	0,693512	0,5020219	0,137776	**2,668E-18**

4.2 Robot song song Stewart Platform 6 DOF

Hình 4. *Robot song song Stewart Platform.*

Bảng 2. *Các tình huống khảo sát với robot song song Stewart Platform.*

tt	px	py	pz	Mục tiêu khi tính đạo hàm theo sai phân tiến	Mục tiêu khi tính đạo hàm theo sai phân trung tâm
1	-12,2189	-42,5601	37,7077	4,03E-06	6,29E-17
2	-17,612	-30,4753	28,3159	3,79E-06	8,6E-18
3	-21,4866	-15,9871	22,1692	3,63E-06	1,04E-17
4	-22,918	0	20	3,76E-06	7,27E-18
5	-21,4866	15,9871	22,1692	3,44E-06	2,53E-18
6	-17,6012	30,4753	28,3159	2,92E-06	1,02E-16
7	-12,2198	42,5601	37,7077	2,81E-06	1,97E-17
8	-6,5051	51,8158	49,75	3,44E-06	3,08E-16
9	-1,866	57,8461	64,0681	2,98E-06	2,76E-17
10	0	60	80	3,31E-06	1,66E-17

Các thực nghiệm trên các nhóm robot chuỗi và song song khác nhau đã chỉ ra rằng giải theo phương pháp sai phân trung tâm cho độ chính xác kết quả cao hơn so với giải theo sai phân tiến.

5. Kết luận

Với bài toán có các ràng buộc tuyến tính thay đổi chậm như bài toán động học robot với hàm mục tiêu ở dạng Banana và dùng thuật toán GRG để giải quyết thì sai phân trung tâm sẽ cho độ chính xác kết quả cao hơn. Cần phải lưu ý điều này khi tính toán bài toán động học của robot công nghiệp (có thể áp dụng cho robot chuỗi, robot lai, robot song song, kể cả robot hụt hay dư dẫn động). Sai phân tiến chỉ được dùng trong trường hợp các ràng buộc của hàm mục tiêu biến đổi nhanh và khi thuật toán báo không thể cải tiến kết quả thu được.

6. Lời cảm ơn

Nhóm tác giả xin trân trọng cảm ơn Trường đại học Kỹ thuật Công Nghiệp – ĐH Thái Nguyên đã tài trợ kinh phí cho nghiên cứu này thông qua đề tài mã số T2019-B07.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1]. R. Kelly, V. Santibáñez and A. Loría, *Control of robot manipulator in joint space*, Springer-Verlag London Limited, 2005.

[2]. Biên dịch Trần Thế San, *Cơ sở nghiên cứu và sáng tạo robot,* Nxb Thống kê, 2005.

[3]. Trang Thanh Trung, Li Wei Guang and Pham Thanh Long, "A New Method to Solve the Kinematic Problem of Parallel Robots Using an Equivalent Structure," *Int. Conf. Mechatronics Autom. Sci. 2015) Paris, Fr.*, pp. 641–649, 2015.

[4]. Trang Thanh Trung, *Optimization analysis method of parallel manipulator kinematic model,* a dissertation submitted for the degree of doctor, South China university of Technology Guangzhou, China 2018.

[5]. L. S. Lasdon, A. D. Warren, A. Jain, and M. Ratner, "Design and Testing of a generalized reduced gradient code for nonlinear Programming", *ACM Trans. Math. SoftWare*, 4, (1), pp. 34-50, 1978.